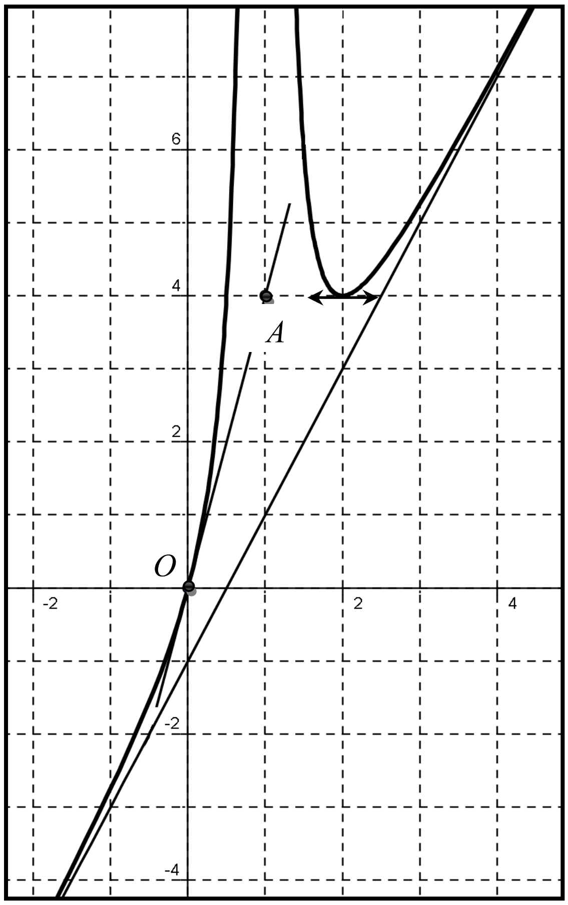
Devoir de Synthèse N°1
Mathématiques

Lycée secondaire Teboulba — prof : Ghaddab Lassad

Exercice 1 :(4,5 points)



Dans le plan ,on a tracé la courbe représentative ζ_f de la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2x^3-5x^2+4x}{(x-1)^2}$

(OA) étant la tangente à ζ_f au point O.

la tangente à ζ_f au point d'abscisse 2 est horizontale

1) Déterminer **graphiquement** $f'(0)$ et $f'(2)$.

2) a – Calculer les limites de f au bornes de son ensemble de définition.

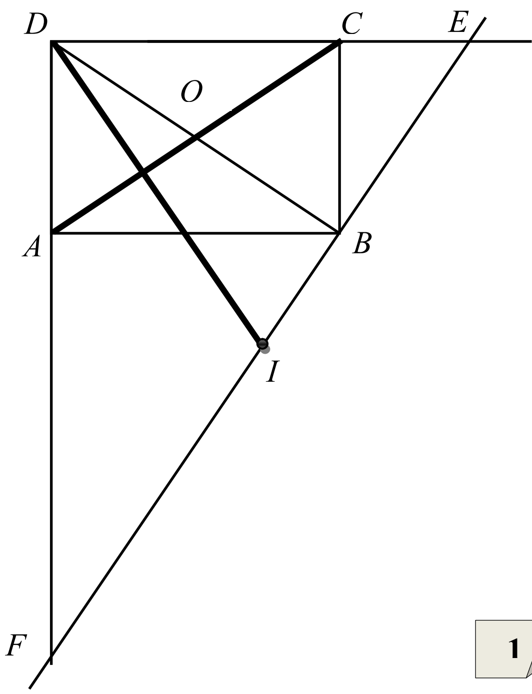
b – Montrer que ζ_f admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.

3) a – Vérifier que $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{(x-1)^2}$

b – Calculer la limite de $f(x)-(2x-1)$ quand x tend vers l'infini. Interpréter le résultat obtenu.

c – Etudier la position de ζ_f par rapport à la droite Δ d'équation $y=2x-1$.

Exercice 2:(4,5 points)



Dans le plan orienté, On considère un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}})\equiv\dfrac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

La perpendiculaire à (DB) passant par B coupe (DC) en E et (AD) en F

1) a – Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{EB})$.

b – Justifier que : $(\widehat{\overrightarrow{DC},\overrightarrow{CA}})\equiv\dfrac{-5\pi}{6}\ [2\pi]$

2) Soit I le milieu de [EF]

a – Montre que DIE est un triangle équilatéral.

b – Calculer alors $(\overrightarrow{DI},\overrightarrow{CA})$. Que peut on déduire ?

Exercice 3 : (3 points)

Soit A et B deux points du plan tel que $AB = 6\ cm$ et I le milieu de $[AB]$

1) Déterminer les ensembles suivants :

$$E_1 = \left\{M \in P / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 7\right\} \qquad \text{et} \qquad E_2 = \left\{M \in P / \left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right) \equiv \frac{-\pi}{4}[2\pi]\right\}.$$

2) Construire un sommet C du triangle ABC tel que $CI = 4$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{-\pi}{4}[2\pi]$.

Exercice 4 : (8 points)

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 3x + 2$

a – Montrer que f est dérivable en tout $a \in IR$ et que $f'(a) = 3(a^2 - 1)$.

En déduire $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)}{x-1}$.

b – Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 0.

c – Soit $\Delta : 9x - y - 14 = 0$

- déterminer les points de (C) où la tangente est parallèle à Δ.
- $\Delta : 9x - y - 14 = 0$ est elle une tangente à (C) ?

d – Existe-t-il des tangentes à (C) issues du point $A(0;4)$?

2) soit la fonction h définie par $\begin{cases} h(x) = f(x) & \text{si } x \in]-\infty;0[\cup]1;+\infty[\\ h(x) = \sqrt{-x^2 + x} & \text{si } x \in [0;1] \end{cases}$

a – Montrer que h est continue en 1

b – Déterminer le domaine de continuité de h

c – Montrer que h est dérivable en $\frac{1}{2}$.

d – Etudier la dérivabilité de h en 1 ; interpréter géométriquement les résultats obtenus.